Оптимизация работы автоматизированных приводов

Оптимальный ЭП – это ЭП, у которого обеспечено оптимальное значение какого–либо основного показателя качества работы, называемого критерием оптимальности. Критериями оптимальности могут показатели качества переходных процессов (длительность, перерегулирование), точность, потребляемая мощность, минимум себестоимости, максимум производительности.

Выбор критериев оптимальности осуществляется на основе технико-экономического обоснования.

Задача оптимизации решается на стадии проектирования. Между характеристиками технологического оборудования (в том, числе АЭП) и критерием его эффективности существует связь, которую называют целевой функцией.

Целевая функцию должна быть:

1 однозначной, т.е. отражать изменение одного критерия;

2 управляемой. В качестве аргументов могут использоваться параметры, поддающиеся управлению. Аргументом может быть скорость рабочей машины, момент и пр.

3 ориентированной на конкретный критерий, определяющий экономическую эффективность. Так скорость резания непосредственно связана с производительностью металлорежущего станка.

4 выпуклой, т.е. целевая функция должна иметь выраженную область экстремумов.

Она не должна иметь разрывов и несколько экстремальных областей. При невозможности реализовать это условие сужают область существования целевой функции. Задача оптимального управления заключается, чтобы оборудование работало близко к наибольшему экстремуму.

Оптимизация работы тахограммы движения на примере подъемной машины

Подъемные машины работают циклически. Каждый цикл состоит из периода движения (подъема, спуска) и паузы. Период движения включает в себя: растормаживание, разгон, движение с постоянной скоростью, замедление о скорости дотягивания, движение со скорость дотягивания, остановку путем стопорения. Параметры режима движения определяются кинематическим расчетом.

Режим работы клетьевых установок характеризуется неритмичность, т.к. они обслуживают несколько горизонтов, интенсивность работы определяется временем смены людей в горных выработках. Режим работы скиповых установок значительно проще.

Производительность подъемной установки можно регулировать следующими методами:

1 Изменением степени загрузки подъемных сосудов при неизменном числе циклов подъема в единицу времени.

2 Изменением длительности паузы между периодами подъема.

3 Изменением длительности периода подъема в каждом цикле при неизменной длительности паузы.

Первый и второй методы осуществляются при неизменных кинемат и-ческих параметрах. В третьем методе изменяется кинематика подъема. С точки зрения экономических показателей предпочтительней третий метод.

Целевая функция подъемной машины запишется:

$$F = C\int_0^T P\left(Q_п; \nu; \nu^{`}; \nu^{``}\right)dt,$$

где $Q_п$ – полезный поднимаемый груз, т;

$\nu; \nu^{`}; \nu^{``}$ – соответственно скорость, ускорение и рывок;

Р – эффективная мощность;

С – коэффициент.

На целевую функцию накладываются следующие ограничения:

$$\nu(0)=\nu(T)=0,\ \nu(t)\le\nu_{доп},\ \nu^{`}(t)\le a_{доп},\ \nu^{``}(t)\le\rho_{доп},\ \int_0^T \nu(t)dt = H.$$

Ограничение ускорения и рывков позволяет снизить динамические н а-грузки, что повышает надежность и долговечность рабочей машины.

Оптимальное уравнение кинематики подъема для симметричной тах о-граммы, полученное Еланчиком Г.М.(1941г.) имеет вид:

$$\frac{\nu_{макс}^2}{a} - \nu_{макс}\left(T - \frac{a}{\rho}\right) + H = 0.$$

При несимметричной тахограмме:

$$\frac{\nu_{макс}^2}{2}\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) - \nu_{макс}\left(T - \frac{a_1}{2\cdot\rho_1} - \frac{a_2}{2\cdot\rho_2}\right) + H = 0.$$

Далее определяют кинематические параметры машины для разных случаев и выбирают оптимальные.

Например, задаются значением $\nu_{макс}$, $a_{доп}$. Далее рассчитывают Т и определяют величину рывка ρ и сравнивают ее с допустимой величиной.

Существует методика оптимизации подъемных машин по коэффициенту быстроходности, характеризующего интенсивность подъема:

$$K = \frac{H \cdot \mu_{гр}}{T^{2}},$$

где $\mu_{гр} = \frac{\sum т_{пр}}{Q_{п}}$ – степень массивности подъемной установки;

$\sum m_{пр}$ – приведенная к радиусу органа навивки масса подъемной установки.

Для различных Т рассчитывают коэффициент быстроходности. Чем больше значение К, тем лучше.

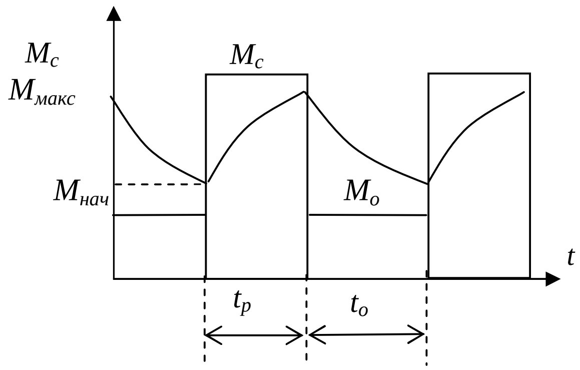
Окончательный выбор может быть осуществлен на основании фактического расхода электроэнергии в каждом режиме работы. Для расчета фактического расхода энергии определяют параметры нагрузочной диаграммы для каждого случая. Оптимальным считается вариант, соответствующий $P_{эф.мин}$.

Данная методика оптимизации может быть использована для кранов, лифтов.

Оптимизация электромеханической постоянной времени и момента инерции привода

Механизмы, работающие с пиковой нагрузкой, нуждаются в увеличении момента инерции. Это объясняется тем, что при значительном моменте инерции нагрузочная диаграмма сглаживается.

При работе механизмов с пиковой нагрузкой в перемежающемся режиме рабочие участки чередуются с режимом холостого хода, т.е. нагрузка имеет пиковый характер (например, ковочные машины, прессы, ножницы).



Эквивалентный момент:

$$M_{экв} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i} M_{ci}^{2} \cdot t_i + \sum_{i=1}^{i} M_{oi}^{2} \cdot t_i}{\sum_{i=1}^{i} \cdot t_{pi} + \sum_{i=1}^{i} \cdot t_{oi}}}$$

Условие выбора двигателя: $M_{экв}=M_{ном}$.

При этом $M_{ном}<M_{макс.}$

При полном использовании двигателя по перегрузочной способности момент двигателя при $M_{с.макс}$:

$$M = M_{ном} \cdot \lambda = M_{с.макс}\left(1 - e^{-\frac{1_{пуск}}{T_м}}\right) + M_{с.нач} \cdot e^{-\frac{t_{пуск}}{T_м}}.$$

Чаще всего $M_{с.нач}=M_{хх}$.

Решив относительно $T_м$ получим: $$T_м = \frac{t_{пуск}}{\ln \frac{M_{с.макс} - M_{хх}}{M_{с.макс} - M_{ном} \cdot \lambda}}.$$

Момент инерции всей системы определится: $$J_{ЭП} = \frac{T_м \cdot M_{ном}}{\omega_o \cdot s_{ном}}.$$

Тогда, зная $J_{мех}$ и $J_{дв}$ определится момент маховика: $$J_{мах} = J_{ЭП} - J_{дв} - \frac{J_{мех}}{i^2}.$$

Оптимизация работы металлорежущих станков

Оптимизация работы металлорежущего стана предусматривает в первую очередь оптимизацию режимов резания. Оптимальным считается такой режим резания, при котором достигается наилучшее сочетание резания параметров резания, обеспечивающий минимум приведенных затрат.

Скорость резания определяется по эмпирической формуле:

$$\nu = \frac{C_\nu}{T^m \cdot t^{x_y} \cdot s^{y_y}},$$

где C_ν – коэффициент, характеризующий вид и условия обработки, t – глубина резания, мм; s – подача, мм/об; T – стойкость резца, мин; x_y, y_y, m – показатели степени, зависящие от свойств обрабатываемого материала, материала резца и вида обработки.

Минимуму приведенных затрат соответствует максимальная стойкость режущего инструмента. Целевая функция, определяющая зависимость между стойкостью, скоростью резания, глубиной и подачей определится:

$$T = \frac{C_\nu^{1/m}}{\nu^{1/m} \cdot t^{x_y/m} \cdot s^{y_y/m}}.$$

Увеличение скорости, подачи и глубины резания приводит к уменьшению стойкости резцов.

На выбор оптимального режима резания накладываются ограничения:

1 Ограничение подачи $s_{мин} \leq s \leq s_{макс}$. Ограничение снизу влияет на условия стружкообразования, а ограничения сверху – шероховатостью детали.

2 Ограничение на скорость шпинделя $\omega_{мин} \le \omega \le \omega_{макс}$. Минимальная скорость определяется условиями стружкообразования, а максимальная скорость нагревом режущего инструмента.

3 Ограничение мощности привода станка. $P_{ст} \le P_{макс}$; $P_{экв} \le P_{ном}$.

Скорость вращения шпинделя, мощность резания и усилие резания соответственно:

$$n = \frac{1000 \cdot v}{\pi \cdot d}, \; P_z = \frac{F_z \cdot v}{60} \cdot 10^{-3}, \text{ а } F_z = 9{,}81 \cdot C_F \cdot t^{x_F} \cdot s^{y_F} \cdot v^n.$$

Моделирование процессов металлообработки

Процесс точения описывается передаточной функцией:

$$W(p) \approx \frac{F_z(p)}{s(p)} = \frac{k_z}{(T_1 \cdot p + 1)(T_2 \cdot p + 1)},$$

где k_z – коэффициент передачи; за выходную величину принята сила резания, за входную – продольную подачу;

T_1, T_2 – постоянные времени процесса резания, с;

$$T_1 = \frac{1}{n_ш}, \; T_2 = 0{,}5 \cdot \frac{1}{n_ш}\left[0{,}5 \pm A \pm \sqrt{(0{,}5 + A)^2 - 0{,}33}\right].$$

Здесь $n_ш$ – частота вращения шпинделя, об/с;

$A = k_x \cdot k_{у.дх} + k_\varphi \cdot k_y \cdot k_{у.ду}$,

k_x, k_y – коэффициенты передачи процесса резания по приращению толщины срезаемой стружки ко координатам x, y;

k_φ – коэффициент, определяемый углом заточки;

$k_{у.дх}$, $k_{у.ду}$ – коэффициенты упругой деформации системы станок – инструмент – деталь по координатам x, y.

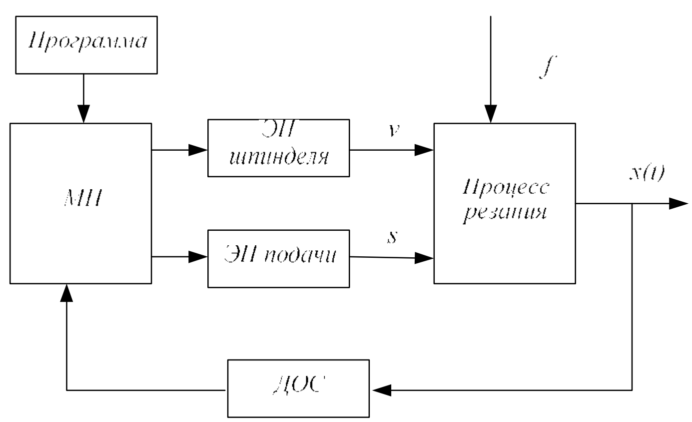
Часто $T_1 >> T_2$.

Модель резания могут быть представлены двумя или одним апериодическими звеньями. Модели позволяют совершенствовать технологические процессы резания.

Стабилизация режимов металлообработки

Системы стабилизации режимов металлообработки предназначены для поддержания одного или нескольких параметров при изменении возмущающих факторов. Обычно система стабилизации включает два контура управления: контур скорости резания и подачи.

Цифро-аналоговая структурная схема управления процессом резания



f – возмущающие факторы (износ инструмента, твердость заготовки, влияние охлаждающей жидкости).

x(t) – выходная координата процесса резания; может быть скорость резания, усилие, мощность резания и т.д.

В наиболее простом случае действие возмущающих факторов компенсируется изменением скорости резания таким образом, чтобы процесс обработки соответствовал заданной стойкости инструмента T.

Стойкость инструмента $T \equiv \frac{C_v}{v \cdot t \cdot s}$. Изменяемым параметром является скорость v, контролируемым параметром является износ инструмента T, а неконтролируемыми параметрами подача s и глубина резания t.

В остальных случаях контролируемыми параметрами могут все три величины T, s и t.

Схемы стабилизации режимов бывают следующих видов: системы стабилизации скорости резания, мощности резания, усилия, крутящего момента, температуры резания, упругих деформаций при резании.

Системы стабилизации скорости позволяют уменьшить машинное время, повысить производительность и улучшить качество обработанной поверхности. Они используются на многих станках. Наиболее сложным в таких системах является измерение фактической скорости резания. Оценку скорости резания осуществляют косвенным путем, в зависимости от скорости вращения шпинделя и от диаметра заготовки. Для этих целей измеряют скорость шпинделя (в простейшем случае тахогенератором) и перемещение суппорта (при помощи датчиков перемещения). Сигнал обратной связи получают путем перемножения сигнала ОС по скорости и ОС по диаметру.

Стабилизация скорости осуществляется увеличением скорости шпинделя при уменьшении диаметра заготовки по закону $v = \frac{d_з \cdot \omega_ш}{2} = const$.

Системы стабилизации мощности используются на токарных, шлифовальных станках (например, при износе круга) и позволяют повысить производительность. Стабилизация мощности резания может осуществляться за счет стабилизации скорости главного привода или за счет скорости подачи или за счет управления обоими приводами.

Оценка мощности резания осуществляется по формуле:

$$P_z = P_{дв} - \Delta P_{дв} - \Delta P_{мех} \approx P_{дв} \approx I_я \cdot E \approx I_я \cdot к ф \cdot \omega \equiv I_я \cdot \omega,$$

где $P_{дв}$ – мощность, потребляемая двигателем;

$\Delta P_{дв}$ – потери в приводном двигателе;

$\Delta P_{мех}$– потери в механических передачах.

Таким образом, сигнал мощности резания получают перемножением тока якоря и скорости двигателя.

Настройка контура регулирования мощности ведется на симметричный оптимум. Для этих целей используется ПИД – регулятор мощности.

Системы стабилизации усилий резания позволяют контролировать усилие резания F_z или радиальное усилие F_y.

Усилие резания измеряют при помощи динамометра на основе индуктивного датчика. Измерительный элемент при нагрузке перемещает якорь индуктивного датчика. На выходе датчика напряжение пропорциональное перемещению, а, следовательно, и усилию резания.

Система стабилизации усилий уменьшает в 2 и более раза машинное время и обеспечивает заданную точность.

Стабилизация мощности (или усилия резания) начинает работать тогда, когда существует превышение мощности (или усилия). На выходе регулятора мощности появляется сигнал коррекции, уменьшающий подачу так, чтобы P_z=const.

Системы стабилизации температуры резания используют зависимость стойкости резца от температуры в зоне резания.

Стойкость резца в зависимости от температуры: $T \equiv \left(\frac{1}{\theta}\right)^n$, где n – показатель степени.

Применение таких систем обосновано на фрезерных, шлифовальных станках и в тех случаях, когда твердость материала изменяется. Контроль температуры в зоне обработке позволяет наиболее рационально загрузить режущий инструмент.

Скорость резания определяется по формуле: $v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000}$.

При постоянной скорости шпинделя и торцевой обработке детали скорость резания изменяется от максимума на периферии детали до нуля в центре.

Система стабилизации температуры резания при движении резца от периферии детали к центру будет автоматически увеличивать скорость шпинделя, при неизменной температуре резания.

Температура измеряется измерением термо-ЭДС в естественной термопаре инструмент – деталь.

Точность поддержания температуры составляет 3-5%. Стойкость резца повышается в 1,5÷3,5 раза.

Системы стабилизации упругих деформаций при резании применяют для повышения точности обработки путем компенсации износа инструмента и нежесткости системы станок-инструмент-деталь.

Оптимизация режимов работы турбомеханизмов

Регулирование производительности турбомеханизмов осуществляется 1) изменением характеристики сети (дросселированием); 2) изменением частоты вращения приводного двигателя; 3) одновременным изменением характеристики турбомеханизма и сети (регулирование при помощи направляющих аппаратов).

Технологические схемы предприятий содержат, как правило, несколько турбомеханизмов. При этом необходимо обеспечить совместную работу турбомеханихмов.

Совместная работа может быть вызвана следующими причинами:

1) один турбомеханизм не может обеспечить требуемую подачу или давление;

2) регулировка производительности в сети осуществляется отключение одного или нескольких турбомеханизмов;

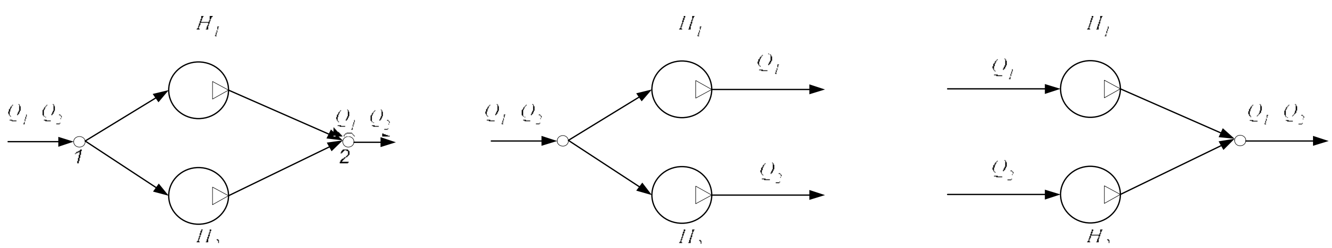
3) требуется обеспечить надежность работы всей системы;

4) архитектура помещения требует разветвленной сети.

Включение турбомеханизмов на совместную работу возможно параллельным, последовательным и смешанным способом.

Последовательное включение турбомеханизмов применяется, когда давление одноного механизма недостаточно для преодоления сопротивления сети. В отдельных установках, например, в паротурбинной поток конденсата проходит последовательно через ряд подогревателей, в результате чего температура его повышается постепенно. При этом одно и то же количество воздуха (или жидкости) последовательно перемещается всеми турбомеханизмами.

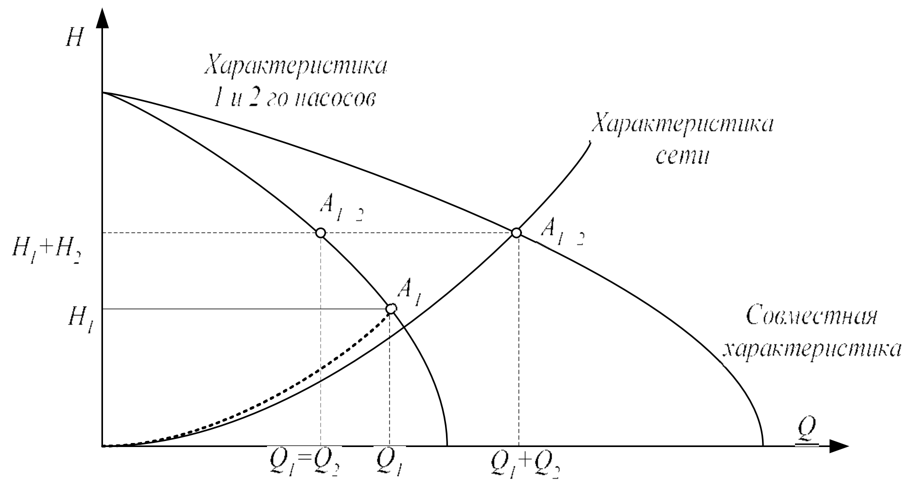
Параллельное включение турбомеханизмов позволяет увеличить подачу, а увеличение скорости вращения вала приводного двигателя невозможно (по причине шума, конструктивных особенностей двигателя). Различают следующие способы включения на параллельную работу турбомеханизмов.



Рассмотрим более подробно первый случай параллельное включение на совместную работу двух турбомеханизмов, например, насосов. Если по условию машины одинаковые, то их напорные характеристики совпадают.

Построение суммарной напорной характеристики осуществляется по следующему правилу: при одинаковом давлении необходимо сложить подачи.

При отключении одного из насосов характеристика сети становится круче, так как изменяется сечение трубопровода между точками 1 и 2.



В этом случае $Q_1\uparrow$, а $H_1\downarrow$. Мощность увеличивается, что приводит к нагреву двигателя.

При выключении одного из насосов необходимо вентилями перекрыть его, чтобы по нему не протекал воздух, а в сеть включить дополнительное сопротивление, чтобы рабочая точка A_1 переместилась в точку $A_{1=2}$.

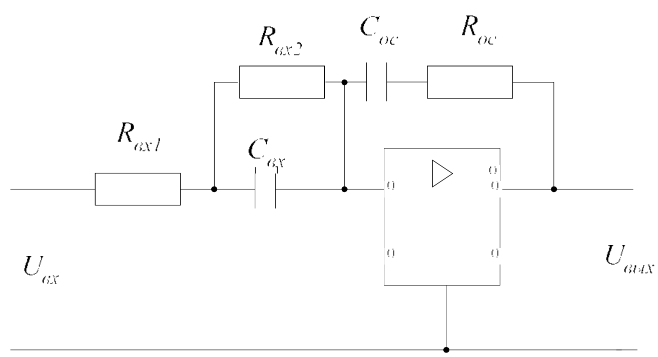
Самой современной системой управления турбомеханизмами является система ПЧ-АД. Регулировка частоты позволяет плавно регулировать параметры турбомеханизмов. Как правило, требуется поддерживать давление в системах при разных расходах. При малых расходах двигатель вращается с малой скоростью, поддерживая номинальное давление. При увеличении расхода ПЧ увеличивает частоту, повышая производительность насоса при сохранении давления.Для более точного регулирования задают и производительность и давление.

Использование частотного ЭП позволяет экономить до 60% электроэнергии, снижаются пусковые токи, исключаются гидравлические удары в системе, уменьшаются затрат на обслуживание; продлевается срок службы оборудования; снижается вероятность аварийных ситуаций, имеется возможность точной настройки режима работы технологической системы. Точность регулирования производительности составляет доли процента.

Основным законом управления является вольт частотный квадратичный закон $\frac{U_{1ф}}{f_1^{\ 2}} = const$. Разрешение по частоте для ПЧ фирмы Siemens составляет 0,01 Гц.

Системы управления в технологическом контуре используют ПИД-регулятор.

Схема ПИД-регулятора



ПИД – регулятор эквивалентен последовательному соединению И – регулятор и ПД – регулятор с воздействием по двум производным или последовательному соединению ПИ – регулятора и ПД – регулятора с одной производной.

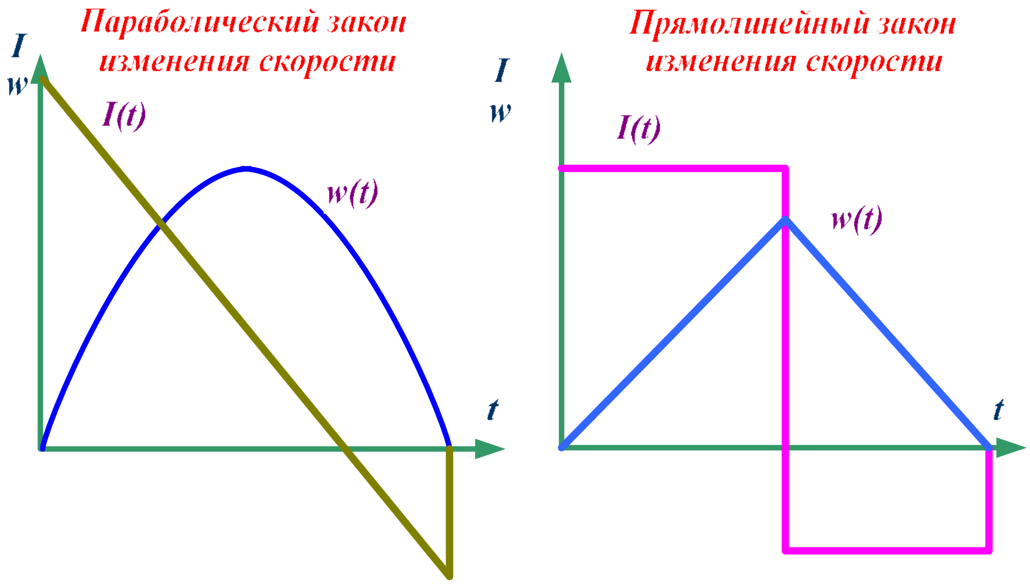
ПИД - регулятор повышает порядок астатизма системы как ПИ - регулятор, но при этом дает более сильную коррекцию динамических свойств системы. Воздействие по производным, т.е. по скорости изменения сигналов, увеличивает этот сигнал, таким образом, достигается форсирование переходных процессов. При этом снижается ошибка в динамике. Дифференциальный канал отдельно не используется, т.к. сигнал управления будет равен нулю при р→0 (т.е. в установившемся режиме). Поэтому обязательно наличие параллельного либо пропорционального, либо интегрального канала, а чаще обоих.

Оптимизация работы прокатного оборудования

Оптимизация закона изменения скорости

Реверсивный стан горячей прокатки работает в повторно-кратковременном режиме с большой частотой включения в час (1000÷1500). Поэтому важно оптимизировать динамические процессы, так как основную часть времени привода занимают неустановившиеся режимы. От их характера зависит степень использования установленной мощности и перегрузочной способности привода.

На станах горячей прокатке оптимальным переходным процессом считается такой процесс, который обеспечивает требуемую производительность при наименьших потерях в двигателе.



Оптимальным считается параболический закон изменения скорости.

В динамической режиме: $\frac{dv}{dt} \equiv i \Rightarrow v \equiv \int_0^{t_{пп}} i \cdot dt$, т.к. $v = \frac{d\alpha}{dt}$, то $\alpha \equiv \int_0^{t_{пп}} v \cdot dt$,

где α – угол поворота вала двигателя пропорциональный длине прокатываемого за время t металла.

Для треугольной формы тока имеем следующие соотношения:

$$i = I_{макс} - I_{макс} \cdot \frac{t}{t_{пп}};\ I_{ср.кв} = \frac{I_{макс}}{\sqrt{3}};\ v \equiv I_{макс} \cdot \frac{t_{пп}}{2};\ \alpha \equiv I_{макс} \cdot \frac{t_{пп}^2}{3}.$$

Для прямоугольной формы кривой тока:

$$i = I_{макс};\ I_{ср.кв} = I_{макс};\ v \equiv I_{макс} \cdot t_{пп};\ \alpha \equiv I_{макс} \cdot \frac{t_{пп}^2}{2}.$$

При треугольной форме кривой тока:

1) максимальное значение тока больше в $\sqrt{3}$ раз;

2) при одинаковом нагреве $I_{ср.кв}$=const и одинаковом времени разгона $t_{пп}$=const угол отработки α на 15,5%;

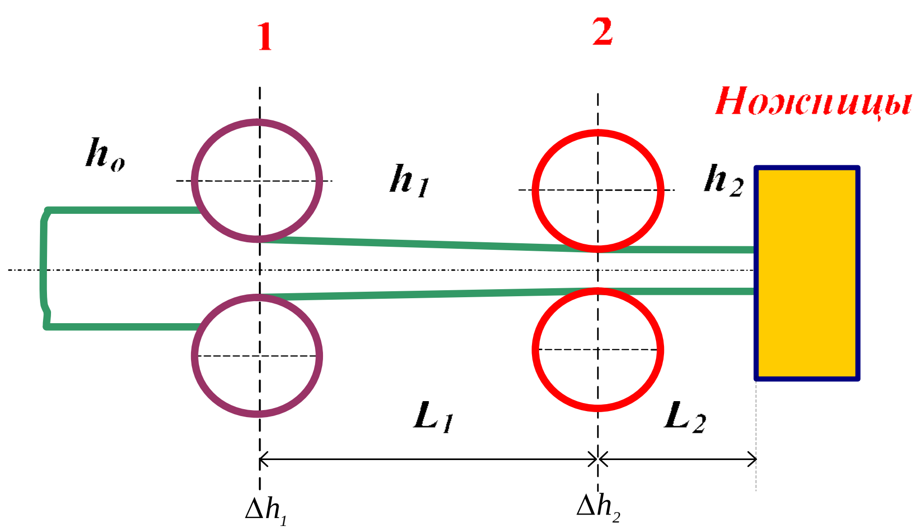
3) при одинаковом нагреве $I_{ср.кв}$=const и одинаковом угол отработки α=const время переходного процесса меньше на 7%;

4) при одинаковом нагреве $I_{ср.кв}$=const и одинаковой скорости v=const время переходного процесса больше, чем при прямоугольном графике.

Разгон двигателя до захвата металла происходит на холостом ходу, поэтому желательно иметь наименьшее время переходного процесса. Этому условию удовлетворяет прямоугольный график тока. Получить треугольную форму тока невозможно, т.к. ток в цепи нарастает не мгновенно. К тому же быстрое нарастание тока неблагоприятно сказывается на механической части стана. Поэтому для главных приводов реверсивных станов горячей прокатки используют прямоугольную форму тока (почти трапецеидальную).

Оптимизация прокатного стана

Прокатный стан состоит из двух клетей. Заготовка проходит последовательно через все клети. Каждая из клетей имеет свой привод. Необходимо получить значения уставок нажимных устройств клетей, обеспечивающих деформацию заготовок и не вызывающих перегрузку двигателей.



L_1, L_2 –расстояние между валками;

h_1, h_2 – толщина металла,

Δh_1, Δh_2 – абсолютное обжатие.

Суммарная деформация металла складывается из деформаций, выпо л-няемых двумя клетями: h_0-h_2=Δh_1+Δh_2.

Нагрузка двигателя зависит от деформации и не зависит от скорости прокатки (т.к. скорость одна и та же): $I_i=I_{xx}+a_i\cdot\Delta h_i$, где a_i – коэффициент пропорциональности.

Время прокатки: $\sum_1^2 t_i = \frac{L_1}{v_1} + \frac{L_2}{v_2} = \frac{b}{V}\left(L_1 \cdot h_1 + L_2 \cdot h_2\right)$,

где b – ширина заготовки; V – объем металла, проходящий между валками за 1 с.

С учетом, что $h_1=h_0-\Delta h_1$ и $h_2=h_0-\Delta h_1-\Delta h_2$.

$$\sum_1^2 t_i = \frac{b}{V}\left(L_1 \cdot \left(h_0 - \Delta h_1\right) + L_2 \cdot \left(h_0 - \Delta h_1 - \Delta h_2\right)\right) = \frac{b}{V}\left(L_1 \cdot h_0 - L_1 \cdot \Delta h_1 + L_2 \cdot h_0 - L_2 \cdot \Delta h_1 - L_2 \cdot \Delta\right.$$

,Окончательно $\sum_1^2 t_i = \frac{b}{V}\left[h_0 \cdot \left(L_1 + L_2\right) - \Delta h_1 \cdot \left(L_1 + L_2\right) - \Delta h_2 \cdot L_2\right]$.

Время прокатки в зависимости от абсолютного обжатия и есть целевая функция: $\sum_1^2 t_i = K_o - \left(K_1 \cdot \Delta h_1 - K_2 \cdot \Delta h_2\right)$,

где $K_0 = \frac{b}{V} \cdot h_0 \cdot \left(L_1 + L_2\right)$, $K_1 = \frac{b}{V} \cdot \left(L_1 + L_2\right)$, $K_2 = \frac{b}{V} \cdot L_2$.

Ограничения:

Суммарная величина обжатий имеет ограничение $\Delta h_1+\Delta h_2=\Delta h_{сум}$. При чем $\Delta h_1>\Delta h_2$.

Ограничение по нагреву запишется для каждого двигателя: $a_1\cdot\Delta h_1\le I_{доп}-I_{xx}$ и $a_2\cdot\Delta h_2\le I_{доп}-I_{xx}$.

Окончательно целевая функция: $\sum_{1}^{2} t_{min} = K_o - (K_1 \cdot \Delta h_1 - K_2 \cdot \Delta h_2)$.

Процесс нахождения оптимальной величины обжатий Δh_1, Δh_2:

1. Задаются значениями $\Delta h_1 = \Delta h_{мин} \div \Delta h_2$.
2. Определяют значение $\Delta h_2 = \Delta h_{сум} - \Delta h_1$.
3. Для каждой пары значений $\Delta h_1, \Delta h_2$ находят $\sum_{1}^{2} t = K_o - (K_1 \cdot \Delta h_1 - K_2 \cdot \Delta h_2)$.
4. Для минимальных значений времени выполняют проверку по нагреву:

$$a_1 \cdot \Delta h_1 \le I_{доп} - I_{xx} \text{ и } a_2 \cdot \Delta h_2 \le I_{доп} - I_{xx}.$$

Высшая математика предлагает задачи подобного типа решать методами линейного программирования или симплекс – методом. Задача линейного программирования может иметь графическую интерпретацию при числе переменных: 2 (на плоскости) и 3 (в трехмерном пространстве). При большем количестве неизвестных целевая функция описывает гиперплоскость n-мерного пространства.